

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน

รายวิชา ค32202 คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

$$a + bi$$

Where $i = \sqrt{-1}$

and if $i = \sqrt{-1}$

then $i^2 = -1$

นายวิฑิต สายกระสุน

ตำแหน่งครู วิทยฐานะครูชำนาญการ

โรงเรียนประโคนชัยพิทยาคม

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน รายวิชา ค32202 คณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เป็นแบบฝึกทักษะที่มีวัตถุประสงค์เพื่อจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญและเพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้น โดยเน้นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน เพื่อส่งเสริมให้เกิดความรู้ความเข้าใจ การมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา การให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ ความสมเหตุสมผลของคำตอบและสรุปผลได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนมีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีระเบียบวินัยและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถในการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ผู้จัดทำได้พัฒนา ปรับปรุงและเผยแพร่แบบฝึกทักษะ รวมทั้งสิ้นจำนวน 7 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน
- เล่มที่ 2 สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน
- เล่มที่ 3 รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน
- เล่มที่ 4 กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน
- เล่มที่ 5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว
- เล่มที่ 6 รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
- เล่มที่ 7 สมการพหุนาม

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์นี้ จะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูและนักเรียน เพื่อที่จะสามารถพัฒนาคุณภาพนักเรียนตามลักษณะที่พึงประสงค์ สามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างเหมาะสม

วิฑิต สายกระสุน

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	ข
คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ	1
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู	2
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน	3
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์	4
แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	5
กระดาษคำตอบแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	7
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ฯ ผลการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้	8
ใบความรู้ที่ 1.1 หน่วยจินตภาพ (imaginary unit)	10
แบบฝึกทักษะ 1.1	17
ใบความรู้ที่ 1.2 สัญลักษณ์ของจำนวนเชิงซ้อน	19
แบบฝึกทักษะ 1.2	21
ใบความรู้ที่ 1.3 การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน	22
แบบฝึกทักษะ 1.3	25
แบบทดสอบย่อยหลังเรียน	27
กระดาษคำตอบแบบทดสอบย่อยหลังเรียน	29
บรรณานุกรม	30
ภาคผนวก	31
เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน	32
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1	33
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2	36
เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3	37
เฉลยแบบทดสอบย่อยหลังเรียน	40
แบบบันทึกผลคะแนน	41

คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ

1. เอกสารฉบับนี้เป็นแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีทั้งหมด 7 เล่ม ดังนี้

เล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

เล่มที่ 2 สมบัติเชิงพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน

เล่มที่ 3 รากที่สองของจำนวนเชิงซ้อน

เล่มที่ 4 กราฟและค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

เล่มที่ 5 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงชี้

เล่มที่ 6 รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

เล่มที่ 7 สมการพหุนาม

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน ให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ เป็นเล่มที่ 1 การสร้างจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย คำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเนื้อหา แบบฝึกทักษะและแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ ใช้เวลาเรียน 2 ชั่วโมง



คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ครูผู้สอนควรศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะ ดังนี้

1. ครูต้องศึกษาแบบฝึกทักษะและอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบ พร้อมทั้งทำความเข้าใจกับเนื้อหาทุกเล่มก่อนการใช้งาน
2. ครูเตรียมแบบฝึกทักษะให้ครบถ้วนและเพียงพอกับจำนวนนักเรียน
3. ครูเตรียมเครื่องมือวัดผลและประเมินผล เพื่อให้ทราบความก้าวหน้าของนักเรียน
4. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบลำดับขั้นตอนและวิธีการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ อย่างชัดเจน และประโยชน์ที่ได้รับจากการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะ
5. ครูชี้แจงให้นักเรียนทราบเกี่ยวกับบทบาทของนักเรียนในการเรียนโดยใช้แบบฝึกทักษะ ให้เข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้อหรือไม่ดูเฉลยก่อนลงมือทำด้วยตนเอง
6. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
7. แจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ
8. ดำเนินการสอนตามกิจกรรมการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1
9. ให้นักเรียนศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกทักษะเล่มที่ 1 แล้วเปลี่ยนกันตรวจตามเฉลย
10. ครูสังเกตความตั้งใจของนักเรียน ความสนใจในการเรียน การทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนทุกกลุ่มอย่างใกล้ชิด ถ้ากลุ่มใดมีปัญหาครูจะได้ทำการช่วยเหลือได้ทันที
11. เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียนแต่ละคน แต่ละกลุ่มอาจไม่เท่ากัน ครูควรยืดหยุ่นตามความเหมาะสมและสถานการณ์
12. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
13. การสรุปบทเรียนควรเป็นกิจกรรมร่วมกันของนักเรียนทุกกลุ่ม หรือแต่ละกลุ่มส่งตัวแทนมาร่วมอภิปรายเรื่องที่เรียนมา
14. ในกรณีที่นักเรียนคนใดขาดเรียน ให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลด้วยตนเองนอกเวลาเรียนจากแบบฝึกทักษะ
15. การจัดชั้นเรียนอาจจัดให้นักเรียนศึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

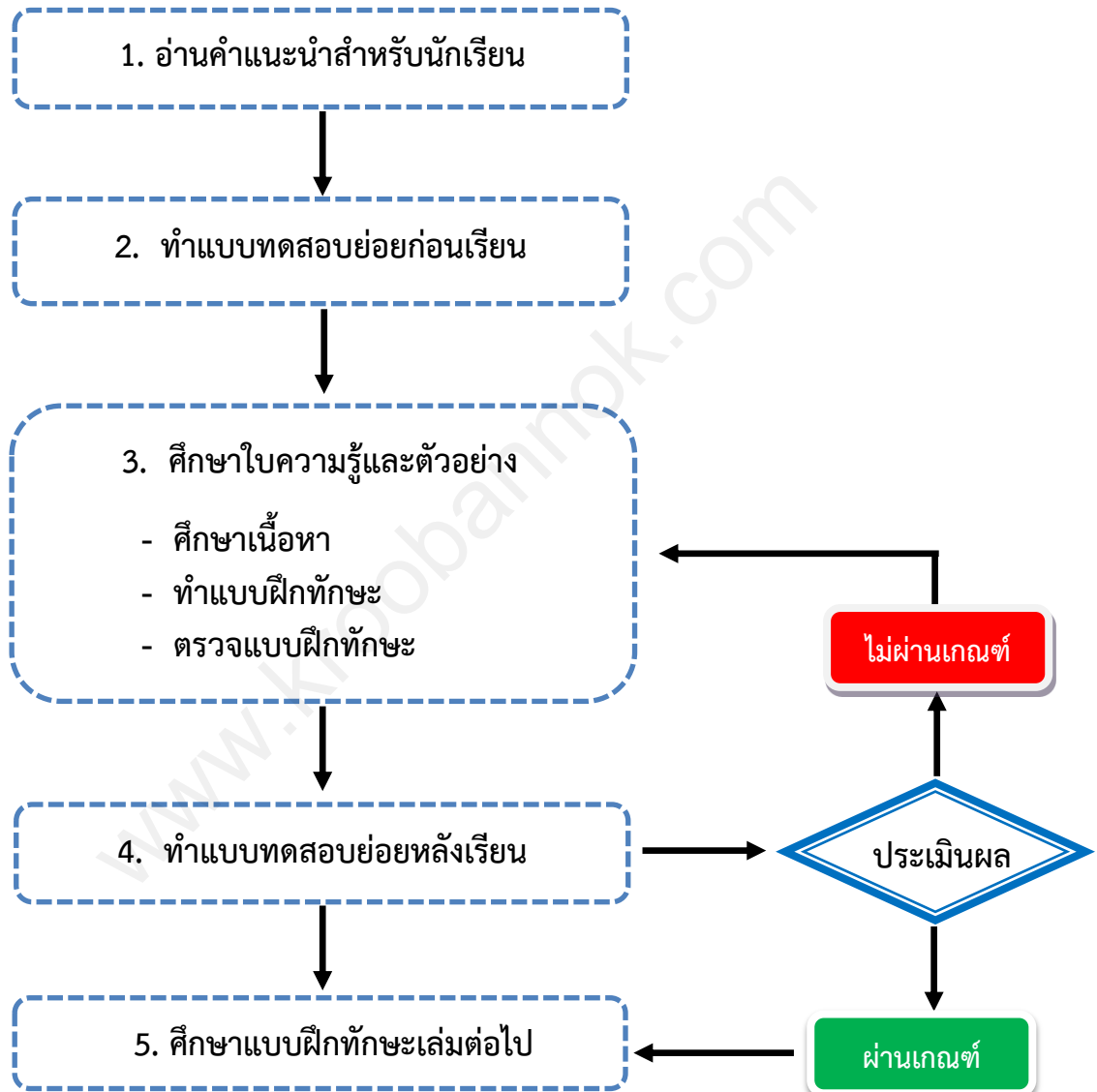
การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะ และคำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน ให้เข้าใจก่อนลงมือทำงานหรือทำการศึกษาทุกครั้ง
2. ทำแบบทดสอบย่อยก่อนเรียนเพื่อประเมินความรู้เดิมของนักเรียน
3. ศึกษาเนื้อหาและทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 ถ้าทำแบบฝึกทักษะไม่ได้ให้ศึกษาเนื้อหาใหม่อีกครั้ง ศึกษาตัวอย่างหรือปรึกษาครูผู้สอน
4. เปลี่ยนกันตรวจแบบฝึกทักษะตามเฉลยและบันทึกคะแนนที่ได้ไว้ จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้โดยครูคอยชี้แนะแนวทางและอธิบายเพิ่มเติม
5. ทำแบบทดสอบย่อยหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเองหลังจากศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 จบแล้ว
6. ในการทำแบบฝึกทักษะ แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน-หลังเรียน ให้นักเรียนพยายามทำด้วยความตั้งใจและมีความซื่อสัตย์ต่อตนเองให้มากที่สุด โดยไม่เปิดดูเฉลยก่อน

ตั้งใจนะครับเพื่อน ๆ



ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1
เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน



แบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบก่อนเรียนนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ มี 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก , ข , ค หรือ ง ลงในกระดาษคำตอบ
3. เกณฑ์การให้คะแนนคือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

1. ข้อใดถูกต้อง

ก. $\sqrt{-3}\sqrt{-7} = \sqrt{21}$

ข. $\sqrt{-4}\sqrt{-9} = 6$

ค. $\sqrt{-2} = 2i$

ง. $\sqrt{-4} = 2i$

2. ข้อใดมีค่าเท่ากับ i^{234}

ก. 1

ข. -1

ค. -i

ง. i

3. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $i^2 = i^{10}$

ข. $i^{12} \neq i^{16}$

ค. $i^{15} \neq i^{25}$

ง. $i^9 \neq i^{18}$

4. $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2002}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 1

ข. $-1 + i$

ค. $1 - i$

ง. i

5. กำหนดให้ $z = 2 + 5i$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $\text{Re}(z) = 2$

ข. $\text{Im}(z) = -5$

ค. $\text{Im}(z) = i$

ง. $\text{Im}(z) = 5i$

6. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $(3 - 2i) + (2 - 3i)$

ก. 5

ข. $5i$

ค. $5 - 5i$

ง. 0

7. กำหนดให้ $z_1 = 1 - 2i$ และ $z_2 = -2 + i$ ค่าของ $3z_1 + 2z_2$ ตรงกับข้อใด

ก. $-1 - 4i$

ข. $1 - 4i$

ค. $1 + 4i$

ง. $-1 + 4i$

8. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $(4 + i)(5 - 3i)$

ก. $23 - 7i$

ข. $17 + 17i$

ค. $20 - 3i$

ง. $23 + 17i$

9. กำหนดให้ $(a - bi) + (3 + 2i) = 1 - 3i$ ค่าของ a และ b ตรงกับข้อใด

ก. $a = -4$ และ $b = 1$

ข. $a = 4$ และ $b = -1$

ค. $a = -2$ และ $b = 1$

ง. $a = -2$ และ $b = 5$

10. ถ้า a และ b สอดคล้องกับสมการ $(1 + i)(a - bi) = 5 - 4i$ แล้ว $a + b$ ตรงกับข้อใด

ก. 9

ข. 5

ค. 1

ง. -4

กระดาษคำตอบแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

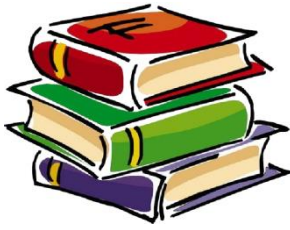
ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ผลการประเมิน

คะแนน	ก่อนเรียน
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

ผู้ตรวจ.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.



สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

- มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง
- มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถใช้ในการดำเนินการในการแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา
- มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 4 พิชคณิต

- มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ผลการเรียนรู้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน เขียนกราฟ และหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน
2. หารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก
3. แก่สมการพหุนามตัวแปรเดียวที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็มและมีดีกรีไม่เกินสาม

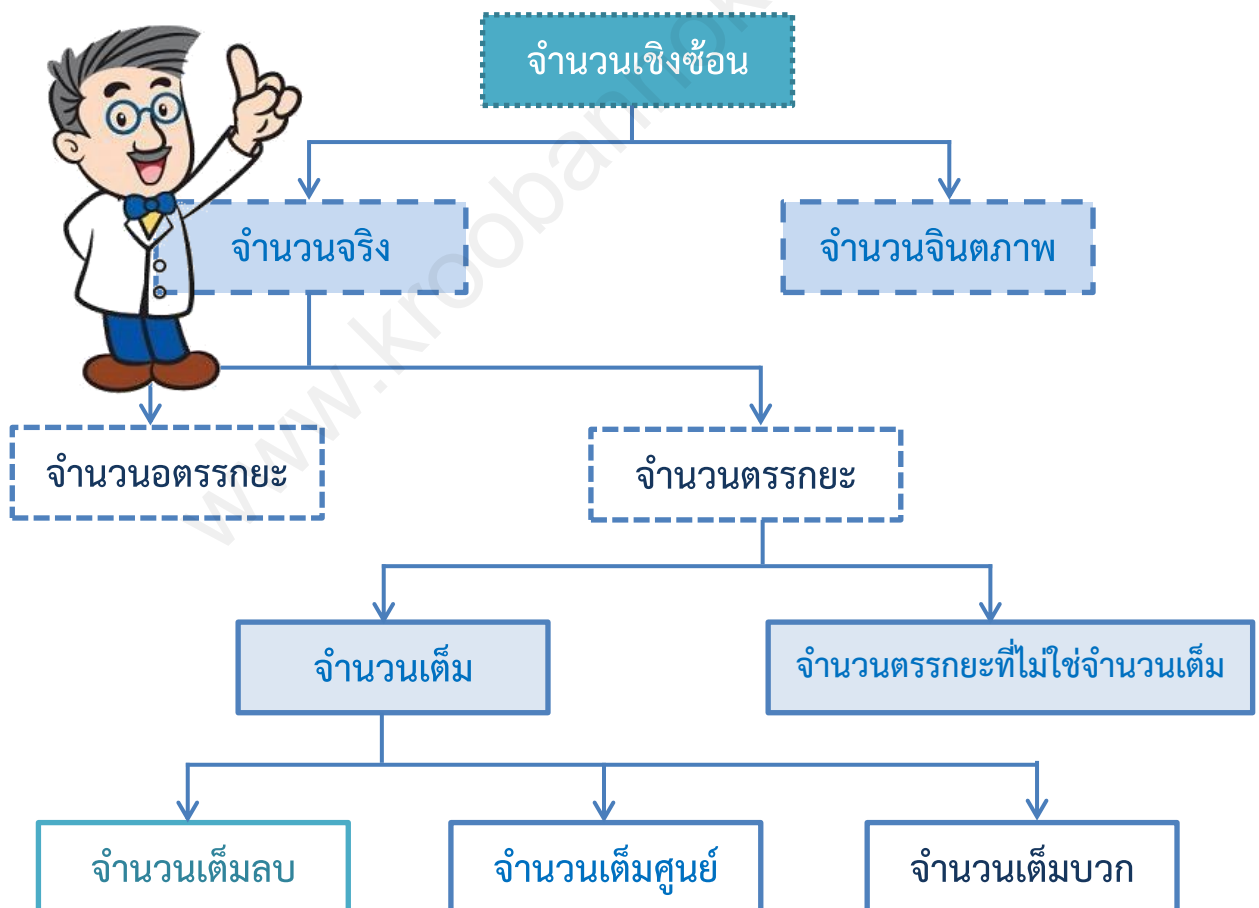
จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถเขียนจำนวนให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพได้
2. นักเรียนสามารถหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวกได้
3. นักเรียนสามารถบอกส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้
4. นักเรียนมีความเข้าใจหลักการเท่ากันของจำนวนเชิงซ้อน
5. นักเรียนสามารถหาผลบวกและผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนได้

ใบความรู้ที่ 1.1 หน่วยจินตภาพ (Imaginary unit)

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา ระบบจำนวนที่ใหญ่ที่สุดคือระบบจำนวนจริง (real number system) ซึ่งประกอบด้วยเซตของจำนวนจริง และการดำเนินการ ซึ่งในระบบจำนวนจริง สมการบางสมการ เช่น $x^2 + 1 = 0$ ไม่มีจำนวนจริงใดที่เป็นคำตอบของสมการ เพราะจากสมการจะได้ $x^2 = -1$ ซึ่งไม่มีจำนวนจริงใด ๆ เมื่อยกกำลังสองแล้วจะเป็นจำนวนลบ เพื่อให้สามารถศึกษาเกี่ยวกับจำนวนได้กว้างขึ้น นักคณิตศาสตร์จึงได้สร้างระบบจำนวนขึ้นโดยขยายจากเซตของจำนวนจริงออกไป เรียกจำนวนใหม่ที่ได้ว่า **จำนวนเชิงซ้อน (Complex numbers)**

ดังนั้นระบบจำนวนที่ใหญ่ที่สุดที่นักคณิตศาสตร์ศึกษาในปัจจุบันนี้ คือ ระบบจำนวนเชิงซ้อน ตามโครงสร้าง ดังนี้



จากสมการพหุนาม $x^2 + 1 = 0$ เป็นสมการที่ไม่มีคำตอบในระบบจำนวนจริง

แต่ถ้าพิจารณา $x^2 + 1 = 0$

จะได้ $x^2 = -1$

ดังนั้น $x = \pm\sqrt{-1}$



นิยาม เขียน $\sqrt{-1}$ ด้วยสัญลักษณ์ i โดยที่ $i^2 = -1$
เรียก i ว่า “หน่วยจินตภาพ” (imaginary unit)

นั่นคือ จากสมการข้างต้น $x = \pm i$



นิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว $\sqrt{-a} = \sqrt{a}\sqrt{-1} = \sqrt{a}i$ เมื่อ $a > 0$

เช่น $\sqrt{-2} = \sqrt{2}i$, $\sqrt{-3} = \sqrt{3}i$,
 $\sqrt{-4} = 2i$, $\sqrt{-5} = \sqrt{5}i$, $\sqrt{-9} = 3i$ เป็นต้น



ต่อไปนี้อันที่ไมสามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนจริง
ก็จะสามารถหาค่าได้ในระบบจำนวนเชิงซ้อน



เช่น

$$\sqrt{-2} = \sqrt{2}\sqrt{-1} = \sqrt{2}i$$

$$\sqrt{-4} = \sqrt{4}\sqrt{-1} = 2i$$

$$\sqrt{-3}\sqrt{-7} = \sqrt{3}i\sqrt{7}i = \sqrt{21}i^2 = -\sqrt{21}$$

$$\sqrt{-4}\sqrt{-9} = (2i)(3i) = 6i^2 = -6 \quad \text{เป็นต้น}$$



ข้อควรระวัง

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงบวกแล้ว

$$\sqrt{-a}\sqrt{-b} \neq \sqrt{(-a)(-b)}$$

การหาค่าของ i^n เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

จาก $i^2 = -1$ พิจารณาค่าของ i^n ได้ดังนี้

$$i^1 = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = (-1)i = -i$$

$$i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1)(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = (1)i = i$$

$$i^6 = i^4 \cdot i^2 = (1)(-1) = -1$$

$$i^7 = i^4 \cdot i^3 = (1)(-i) = -i$$

$$i^8 = i^4 \cdot i^4 = (1)(1) = 1$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$



นั่นคือ $i^9, i^{10}, i^{11}, i^{12}$ จะได้ $i, -1, -i$ และ 1 ตามลำดับ แสดงว่าผลลัพธ์ของ i^n ได้ค่าที่แตกต่างกันเพียง 4 ค่าเท่านั้น คือ $i, -1, -i$ และ 1 โดยแยกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ 1 เลขชี้กำลังหารด้วย 4 เหลือเศษ 1	กลุ่มที่ 2 เลขชี้กำลังหารด้วย 4 เหลือเศษ 2	กลุ่มที่ 3 เลขชี้กำลังหารด้วย 4 เหลือเศษ 3	กลุ่มที่ 4 เลขชี้กำลังหารด้วย 4 ลงตัว
$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = -i$	$i^4 = 1$
$i^5 = i$	$i^6 = -1$	$i^7 = -i$	$i^8 = 1$
$i^9 = i$	$i^{10} = -1$	$i^{11} = -i$	$i^{12} = 1$
$i^{13} = i$	$i^{14} = -1$	$i^{15} = -i$	$i^{16} = 1$
$\vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots$



สรุปได้ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใด ๆ โดยขั้นตอนวิธีการหาร (Division algorithm) สามารถเขียน n ได้ในรูป $4k$, $4k + 1$, $4k + 2$, $4k + 3$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มบางจำนวน

1. ถ้า $n = 4k + 1$ จะได้ $i^n = i^{4k+1} = i^1 = i$ (เมื่อ n หารด้วย 4 เหลือเศษ 1)
2. ถ้า $n = 4k + 2$ จะได้ $i^n = i^{4k+2} = i^2 = -1$ (เมื่อ n หารด้วย 4 เหลือเศษ 2)
3. ถ้า $n = 4k + 3$ จะได้ $i^n = i^{4k+3} = i^3 = -i$ (เมื่อ n หารด้วย 4 เหลือเศษ 3)
4. ถ้า $n = 4k$ จะได้ $i^n = i^{4k} = i^4 = 1$ (เมื่อ n หารด้วย 4 ลงตัว)



ตัวอย่าง 1 จงหาค่าต่อไปนี้

1. i^{2545}
2. i^{1992}
3. i^{1986}
4. i^{1495}

วิธีทำ 1. เนื่องจาก 2545 หารด้วย 4 เหลือเศษ 1

$$\text{ดังนั้น } i^{2545} = i^1 = i$$

2. เนื่องจาก 1992 หารด้วย 4 ลงตัว

$$\text{ดังนั้น } i^{1992} = i^4 = 1$$

3. เนื่องจาก 1986 หารด้วย 4 เหลือเศษ 2

$$\text{ดังนั้น } i^{1986} = i^2 = -1$$

4. เนื่องจาก 1495 หารด้วย 4 เหลือเศษ 3

$$\text{ดังนั้น } i^{1495} = i^3 = -i$$

พิจารณาจำนวนต่อไปนี้

$$i + i^2 + i^3 + i^4 = i + (-1) + (-i) + 1 = 0$$

$$i^6 + i^7 + i^8 + i^9 = (-1) + (-i) + 1 + i = 0$$

$$i^{100} + i^{101} + i^{102} + i^{103} = 1 + i + (-1) + (-i) = 0$$



จากข้างต้น สรุปได้ว่า

$$i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3} = 0 \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ}$$

นั่นคือ i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน บวกกันได้ 0 เสมอ

ในทำนองเดียวกันพิจารณาจำนวนต่อไปนี้

$$(i)(i^2)(i^3)(i^4) = (i)(-1)(-i)(1) = -1$$

$$(i^6)(i^7)(i^8)(i^9) = (-1)(-i)(1)(i) = -1$$

$$(i^{100})(i^{101})(i^{102})(i^{103}) = (1)(i)(-1)(-i) = -1$$

จากข้างต้น สรุปได้ว่า

$$(i^n)(i^{n+1})(i^{n+2})(i^{n+3}) = -1 \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ}$$

นั่นคือ i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน คูณกันได้ -1 เสมอ

ตัวอย่าง 2 จงหาค่าของจำนวนต่อไปนี้

1. $i^{1081} + i^{1082} + i^{1083} + i^{1084}$

2. $i^{126} + i^{133} + i^{171} + i^{243}$

3. $(i^{2001})(i^{2002})(i^{2003})(i^{2004})$

4. $(i^{126})(i^{133})(i^{171})(i^{243})$

วิธีทำ 1. $i^{1081} + i^{1082} + i^{1083} + i^{1084} = 0$

(i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน บวกกันได้ 0 เสมอ)

2. $i^{126} + i^{133} + i^{171} + i^{243} = i^{4(31)+2} + i^{4(33)+1} + i^{4(42)+3} + i^{4(60)+3}$

$$= i^2 + i^1 + i^3 + i^3$$

$$= (-1) + i - i - i$$

$$= -1 - i$$

3. $(i^{2001})(i^{2002})(i^{2003})(i^{2004}) = -1$

(i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน คูณกันได้ -1 เสมอ)

4. $(i^{126})(i^{133})(i^{171})(i^{243}) = (i^2)(i^1)(i^3)(i^3)$

$$= (-1)(i)(-i)(-i)$$

$$= i$$

พร้อมทำแบบฝึกแล้วครับ!



แบบฝึกทักษะที่ 1.1

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพ

1.1 $\sqrt{-16}$

วิธีทำ $\sqrt{-16} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

1.2 $\sqrt{-23}$

วิธีทำ $\sqrt{-23} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

1.3 $\sqrt{-5}\sqrt{-7}$

วิธีทำ $\sqrt{-5}\sqrt{-7} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

1.4 $\sqrt{-16}\sqrt{-25}$

วิธีทำ $\sqrt{-16}\sqrt{-25} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

1.5 $\sqrt{-8}\sqrt{-32}$

วิธีทำ $\sqrt{-8}\sqrt{-32} = \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$
 $= \dots\dots\dots$

2. จงหาค่าต่อไปนี้

2.1 i^{23} =

=

2.2 i^{66} =

=

2.3 i^{365} =

=

2.4 i^{2556} =

=

2.5 $i^{3456} + i^{3457} + i^{3458} + i^{3459}$ =

2.6 $(i^{3456})(i^{3457})(i^{3458})(i^{3459})$ =

2.7 $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{3456}$ =

=

=

2.8 $i^{23} + i^{66} + i^{365} + i^{2556}$ =

=

=

2.9 $i^{32} + i^{34} + i^{36} + i^{38}$ =

=

=

2.10 $i + i^{216} + i^{513} + i^{3456}$ =

=

=

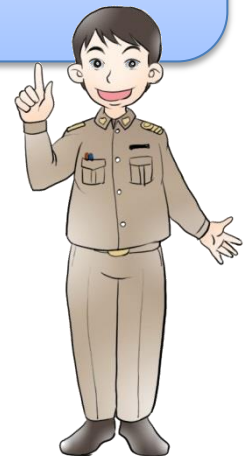
ใบความรู้ที่ 1.2 สัญลักษณ์ของจำนวนเชิงซ้อน

บทนิยาม

กำหนด z เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ และ a, b เป็นจำนวนจริงใด ๆ เขียนจำนวนเชิงซ้อน z ได้ 2 แบบ คือ

$$1) z = (a, b) \qquad 2) z = a + bi$$

โดย จำนวนจริง a เรียกว่า ส่วนจริงของ z (real part) เขียนแทนด้วย $\text{Re}(z)$
 จำนวนจริง b เรียกว่า ส่วนจินตภาพของ z (imaginary part) เขียนแทนด้วย $\text{Im}(z)$

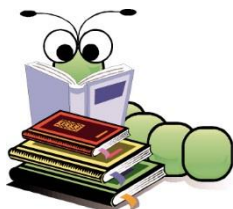


จากบทนิยาม สรุปได้ว่า

1. จำนวนเชิงซ้อนสามารถเขียนได้ 2 แบบ (จริง ๆ แล้วมีอยู่ 3 แบบ ส่วนแบบที่ 3 คืออยู่ในรูปเชิงขั้ว ซึ่งจะกล่าวในภายหลัง) คืออยู่ในรูปคู่อันดับ หรืออยู่ในรูป i ซึ่งมีความหมายเหมือนกัน คือ $z = (a, b) = a + bi$ เช่น $(3, 4) = 3 + 4i$, $(5, 2) = 5 + 2i$ เป็นต้น

2. จาก $z = a + bi$ ถ้า $b = 0$ จำนวนเชิงซ้อนดังกล่าวก็คือ **จำนวนจริง** นั่นเอง
 แสดงว่าจำนวนจริงเป็นสับเซตของจำนวนเชิงซ้อน

3. จาก $z = a + bi$ ถ้า $a = 0$ และ $b \neq 0$ เรียกจำนวนเชิงซ้อนนี้ว่า **จำนวนจินตภาพแท้ (pure imaginary number)**



ตัวอย่าง จงบอกส่วนจริง (real part) และส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1) $z = 8 + 3i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 8 และ $\text{Im}(z)$ คือ 3

2) $z = (2, -5)$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 2 และ $\text{Im}(z)$ คือ -5

3) $z = 4 - 2i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 4 และ $\text{Im}(z)$ คือ -2

4) $z = 6i + 1$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 1 และ $\text{Im}(z)$ คือ 6

5) $z = 3i - 7$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ -7 และ $\text{Im}(z)$ คือ 3

6) $z = \sqrt{3} + i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ $\sqrt{3}$ และ $\text{Im}(z)$ คือ 1

7) $z = 1 - i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 1 และ $\text{Im}(z)$ คือ -1

8) $z = 4i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ 4

9) $z = 3$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 3 และ $\text{Im}(z)$ คือ 0

10) $z = i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ 1



แบบฝึกทักษะ 1.2

คำชี้แจง จงบอกส่วนจริง (real part) และส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1) $z = 10 + 5i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

2) $z = (-1, 9)$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

3) $z = -6 + 3i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

4) $z = i + 3$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

5) $z = -9i - 4$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

6) $z = 1 + i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

7) $z = \sqrt{5} - i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

8) $z = -7i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

9) $z = 6$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

10) $z = -i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ และ $\text{Im}(z)$ คือ

ใบความรู้ที่ 1.3 การเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน

บทนิยาม กำหนดให้ $z_1 = (a, b) = a + bi$ และ $z_2 = (c, d) = c + di$ เมื่อ a และ b เป็นจำนวนจริง

กำหนดการเท่ากัน การบวกและการคูณของจำนวนเชิงซ้อน ดังนี้

การเท่ากัน

$$z_1 = z_2 \text{ ก็ต่อเมื่อ } a = c \text{ และ } b = d$$

การบวก

$$z_1 + z_2 = (a + c, b + d) = (a + c) + (b + d)i$$

การคูณ

$$z_1 z_2 = (ac - bd, ad + bc) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$



ตัวอย่าง 1 จงหาค่า x และ y จากเงื่อนไขต่อไปนี้

1. $(x, 3) = (-2, y)$

2. $2x + 3yi = 8 + 6i$

3. $2x + (x + 4y)i = 6 + 11i$

4. $(3x + 4) + (2x + y)i = (y + 5) + (x + 3)i$

วิธีทำ

1. $(x, 3) = (-2, y)$

สรุปได้ว่า $x = -2$ และ $y = 3$

2. $2x + 3yi = 8 + 6i$

จะได้ว่า $2x = 8$ นั่นคือ $x = 4$

และ $3y = 6$ นั่นคือ $y = 2$

3. $2x + (x + 4y)i = 6 + 11i$

จะได้ว่า $2x = 6$ นั่นคือ $x = 3$

และ $x + 4y = 11$ จะได้ว่า $3 + 4y = 11$ นั่นคือ $y = 2$



$$4. (3x + 4) + (2x + y)i = (y + 5) + (x + 3)i$$

จะได้ว่า $3x + 4 = y + 5$ นั่นคือ $3x - y = 1$ (1)

และ $2x + y = x + 3$ นั่นคือ $x + y = 3$ (2)

(1) + (2) ; $4x = 4$ นั่นคือ $x = 1$

แทน $x = 1$ ใน (2)

จะได้ว่า $1 + y = 3$ นั่นคือ $y = 2$

ตัวอย่าง 2 จงหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1. $(4 + 2i) + (3 + 8i)$

2. $(-5 + 4i) + (-2 - 3i)$

3. $(-3 - 7i) + (-2 - 3i)$

4. $(2 + 5i) + (3 - 4i)$

วิธีทำ

1. $(4 + 2i) + (3 + 8i) = (4 + 3) + (2 + 8)i$
 $= 7 + 10i$

2. $(-5 + 4i) + (-2 - 3i) = ((-5) + (-2)) + (4 + (-3))i$
 $= -7 + i$

3. $(-3 - 7i) + (-2 - 3i) = ((-3) + (-2)) + ((-7) + (-3))i$
 $= -5 - 10i$

4. $(2 + 5i) + (3 - 4i) = (2 + 3) + (5 + (-4))i$
 $= 5 + i$



ตัวอย่าง 3 จงหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1. $(4 + 2i)(3 + 8i)$

2. $(-5 + 4i)(-2 - 3i)$

3. $(-3 - 7i)(-2 - 3i)$

4. $(2 + 5i)(3 - 4i)$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} 1. (4 + 2i)(3 + 8i) &= [(4)(3) - (2)(8)] + [(4)(8) + (2)(3)]i \\ &= (12 - 16) + (32 + 6)i \\ &= -4 + 38i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. (-5 + 4i)(-2 - 3i) &= [(-5)(-2) - (4)(-3)] + [(-5)(-3) + (4)(-2)]i \\ &= (10 - (-12)) + (15 + (-8))i \\ &= 22 + 7i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. (-3 - 7i)(-2 - 3i) &= [(-3)(-2) - (-7)(-3)] + [(-3)(-3) + (-7)(-2)]i \\ &= (6 - 21) + (9 + 14)i \\ &= -15 + 23i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. (2 + 5i)(3 - 4i) &= [(2)(3) - (5)(-4)] + [(2)(-4) + (5)(3)]i \\ &= (6 - (-20)) + ((-8) + 15)i \\ &= 26 + 7i \end{aligned}$$



แบบฝึกทักษะ 1.3

คำชี้แจง จงแสดงวิธีหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงหาค่า x และ y จากเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 $(x, -4) = (5, y)$

วิธีทำ

.....

.....

1.2 $4x + 2yi = 12 + 10i$

วิธีทำ

.....

.....

.....

1.3 $3x + (x + 5y)i = 15 + 25i$

วิธีทำ

.....

.....

.....

1.4 $(2x + 5) + (3x + y)i = (y + 8) + (x + 13)i$

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

$$1. (7 + 3i) + (6 + 11i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2. (-2 + 7i) + (-1 - 8i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3. (-9 - \sqrt{2}i) + (-1 - \sqrt{8}i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$4. (2i + 5) + (1 - 3i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

3. จงหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

$$1. (7 + 3i)(6 + 11i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$2. (-2 + 7i)(-1 - 8i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$3. (-9 - \sqrt{2}i)(-1 - \sqrt{8}i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$4. (2i + 5)(1 - 3i) = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

แบบทดสอบย่อยหลังเรียน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบหลังเรียนนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ มี 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ คะแนนเต็ม 10 คะแนน
2. จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อละคำตอบเดียว แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (x) ทับตัวอักษร ก , ข , ค หรือ ง ลงในกระดาษคำตอบ
3. เกณฑ์การให้คะแนนคือ ตอบถูกได้ 1 คะแนน ตอบผิดได้ 0 คะแนน

1. ข้อใดถูกต้อง

ก. $\sqrt{-4} = 2i$

ข. $\sqrt{-2} = 2i$

ค. $\sqrt{-4}\sqrt{-9} = 6$

ง. $\sqrt{-3}\sqrt{-7} = \sqrt{21}$

2. ข้อใดมีค่าเท่ากับ i^{345}

ก. i

ข. $-i$

ค. -1

ง. 1

3. ข้อใดไม่ถูกต้อง

ก. $i^4 = i^{12}$

ข. $i^{13} \neq i^{17}$

ค. $i^{16} \neq i^{26}$

ง. $i^7 \neq i^{14}$

4. $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{2014}$ มีค่าตรงกับข้อใด

ก. 1

ข. $-1 + i$

ค. $1 - i$

ง. i

5. กำหนดให้ $z = 3 + 4i$ ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. $\text{Re}(z) = 3$

ข. $\text{Im}(z) = -4$

ค. $\text{Im}(z) = i$

ง. $\text{Im}(z) = 4i$

6. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $(4 - 5i) + (5 - 4i)$

ก. 9

ข. $9i$

ค. $9 - 9i$

ง. 0

7. กำหนดให้ $z_1 = 1 - 2i$ และ $z_2 = -2 + i$ ค่าของ $3z_1 + 2z_2$ ตรงกับข้อใด

ก. $1 - 4i$

ข. $-1 + 4i$

ค. $-1 - 4i$

ง. $1 + 4i$

8. ข้อใดมีค่าเท่ากับ $(4 + i)(5 - 3i)$

ก. $23 + 17i$

ข. $23 - 7i$

ค. $17 + 17i$

ง. $20 - 3i$

9. กำหนดให้ $(a - bi) + (2 + 3i) = 5 - 6i$ ค่าของ a และ b ตรงกับข้อใด

ก. $a = -3$ และ $b = -3$

ข. $a = -3$ และ $b = -9$

ค. $a = 3$ และ $b = 3$

ง. $a = 3$ และ $b = 9$

10. ถ้า a และ b สอดคล้องกับสมการ $(1 + i)(a - bi) = 3 - 7i$ แล้ว $a - b$ ตรงกับข้อใด

ก. 10

ข. 3

ค. 1

ง. -7

กระดาษคำตอบแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

ผลการประเมิน

คะแนน	หลังเรียน
เต็ม	10
ได้	
ร้อยละ	

ผู้ตรวจ.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.

บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และธรรชัย มาเจริญทรัพย์. (2554). แบบฝึกหัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 4. กรุงเทพมหานคร: บริษัท สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- กวิยา เนาวประทีป. (2556). หนังสือชุดเทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวนเชิงซ้อน. กรุงเทพมหานคร: ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- จำรัส อินสม. (2547). คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร: บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด.
- ณรงค์ ปั่นนิ่ม และคณะ. (ม.ป.ป.). คู่มือ-เตรียมสอบคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร: บริษัทภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (ม.ป.ป.). คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.5 ภาคเรียนที่ 2. กรุงเทพมหานคร: บริษัท สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด.
- ธนวัฒน์ สันทราพรพล. (ม.ป.ป.). คู่มือรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เล่ม 4. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ SCIENCE CENTER.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิสร. (2555). คู่มือคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 4. กรุงเทพมหานคร: บริษัท สำนักพิมพ์เดอะบุคส์ จำกัด.
- รังสรรค์ มณีเล็กและคณะ. (2549). สื่อการเรียนรู้สาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ ม.5 สมบูรณ์แบบ เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 4 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6. พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สุชีพ งามเจริญ และไอศุรีย์ สุดประเสริฐ. (ม.ป.ป.). คณิตคิดเลขเร็วทีละเรื่อง จำนวนเชิงซ้อน. นนทบุรี: สำนักพิมพ์ธรรมบัณฑิต.

ภาคผนวก

ไปตรวจแบบฝึกกันเลยคะ



www.kroobannok.com

เฉลยแบบทดสอบย่อยก่อนเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ง
2	ข
3	ข
4	ข
5	ก
6	ค
7	ก
8	ก
9	ง
10	ข



เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.1

1. จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปหน่วยจินตภาพ

1.1 $\sqrt{-16}$

วิธีทำ $\sqrt{-16} = \sqrt{16}\sqrt{-1}$
 $= 4i$

1.2 $\sqrt{-23}$

วิธีทำ $\sqrt{-23} = \sqrt{23}\sqrt{-1}$
 $= \sqrt{23}i$

1.3 $\sqrt{-5}\sqrt{-7}$

วิธีทำ $\sqrt{-5}\sqrt{-7} = (\sqrt{5}\sqrt{-1})(\sqrt{7}\sqrt{-1})$
 $= (\sqrt{5}i)(\sqrt{7}i)$
 $= \sqrt{35}i^2$
 $= -\sqrt{35}$

1.4 $\sqrt{-16}\sqrt{-25}$

วิธีทำ $\sqrt{-16}\sqrt{-25} = (\sqrt{16}\sqrt{-1})(\sqrt{25}\sqrt{-1})$
 $= (4i)(5i)$
 $= 20i^2$
 $= -20$

1.5 $\sqrt{-8}\sqrt{-32}$

วิธีทำ $\sqrt{-8}\sqrt{-32} = (\sqrt{8}\sqrt{-1})(\sqrt{32}\sqrt{-1})$
 $= (2\sqrt{2}i)(4\sqrt{2}i)$
 $= 16i^2$
 $= -16$

2. จงหาค่าต่อไปนี้

2.1 $i^{23} = i^{4(5)+3}$
 $= i^3$
 $= -i$

2.2 $i^{66} = i^{4(16)+2}$
 $= i^2$
 $= -1$

2.3 $i^{365} = i^{4(91)+1}$
 $= i^1$
 $= i$

2.4 $i^{2556} = i^{4(639)}$
 $= 1$

2.5 $i^{3456} + i^{3457} + i^{3458} + i^{3459} = 0$ (i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน
 บวกกันได้ 0 เสมอ)

2.6 $(i^{3456})(i^{3457})(i^{3458})(i^{3459}) = -1$ (i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4
 จำนวน บวกกันได้ -1 เสมอ)

$$2.7 \ i + i^2 + i^3 + \dots + i^{3456} = 0 \text{ (i ยกกำลังจำนวนเต็มบวกเรียงติดกัน 4 จำนวน}$$

บวกกันได้ 0 เสมอ)

$$2.8 \ i^{23} + i^{66} + i^{365} + i^{2556} = (-i) + (-1) + i + 1$$

$$= 0$$

$$2.9 \ i^{32} + i^{34} + i^{36} + i^{38} = 1 + (-1) + 1 + (-1)$$

$$= 0$$

$$2.10 \ i + i^{216} + i^{513} + i^{3456} = i + 1 + i + 1$$

$$= 2 + 2i$$



เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.2

คำชี้แจง จงบอกส่วนจริง (real part) และส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

1) $z = 10 + 5i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 10 และ $\text{Im}(z)$ คือ 5

2) $z = (-1, 9)$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ -1 และ $\text{Im}(z)$ คือ 9

3) $z = -6 + 3i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ -6 และ $\text{Im}(z)$ คือ 3

4) $z = i + 3$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 1 และ $\text{Im}(z)$ คือ 3

5) $z = -9i - 4$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ -9 และ $\text{Im}(z)$ คือ -4

6) $z = 1 + i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 1 และ $\text{Im}(z)$ คือ 1

7) $z = \sqrt{5} - i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ $\sqrt{5}$ และ $\text{Im}(z)$ คือ -1

8) $z = -7i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ -7

9) $z = 6$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 6 และ $\text{Im}(z)$ คือ 0

10) $z = -i$

ตอบ $\text{Re}(z)$ คือ 0 และ $\text{Im}(z)$ คือ -1

เฉลยแบบฝึกทักษะ 1.3

คำชี้แจง จงแสดงวิธีหาคำตอบแต่ละข้อต่อไปนี้

1. จงหาค่า x และ y จากเงื่อนไขต่อไปนี้

1.1 $(x, -4) = (5, y)$

วิธีทำ จาก $(x, -4) = (5, y)$

สรุปได้ว่า $x = 5$ และ $y = -4$

1.2 $4x + 2yi = 12 + 10i$

วิธีทำ จาก $4x + 2yi = 12 + 10i$

จะได้ว่า $4x = 12$ นั่นคือ $x = 3$

และ $2y = 10$ นั่นคือ $y = 5$

1.3 $3x + (x + 5y)i = 15 + 25i$

วิธีทำ จาก $3x + (x + 5y)i = 15 + 25i$

จะได้ว่า $3x = 15$ นั่นคือ $x = 5$

และ $x + 5y = 25$ จะได้ว่า $5 + 5y = 25$ นั่นคือ $y = 4$

1.4 $(2x + 5) + (3x + y)i = (y + 8) + (x + 13)i$

วิธีทำ จาก $(2x + 5) + (3x + y)i = (y + 8) + (x + 13)i$

จะได้ว่า $2x + 5 = y + 8$ นั่นคือ $2x - y = 3$ (1)

และ $3x + y = x + 13$ นั่นคือ $2x + y = 13$ (2)

(1) + (2) : $4x = 16$ นั่นคือ $x = 4$

แทน $x = 4$ ใน (2)

จะได้ว่า $8 + y = 13$ นั่นคือ $y = 5$

2. จงหาผลบวกของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

$$1. (7 + 3i) + (6 + 11i) = (7 + 6) + (3 + 11)i$$

$$= 13 + 14i$$

$$2. (-2 + 7i) + (-1 - 8i) = ((-2) + (-1)) + (7 + (-8))i$$

$$= -3 - i$$

$$3. (-9 - \sqrt{2}i) + (-1 - \sqrt{8}i) = ((-9) + (-1)) + ((-\sqrt{2}) + (-\sqrt{8}))i$$

$$= -10 - 3\sqrt{2}i$$

$$4. (2i + 5) + (1 - 3i) = (5 + 2i) + (1 - 3i)$$

$$= (5 + 1) + (2 + (-3))i$$

$$= 6 - i$$

3. จงหาผลคูณของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้

$$1. (7 + 3i)(6 + 11i) = [(7)(6) - (3)(11)] + [(7)(11) + (3)(6)]i$$

$$= (42 - 33) + (77 + 18)i$$

$$= 9 + 95i$$

$$2. (-2 + 7i)(-1 - 8i) = [(-2)(-1) - (7)(-8)] + [(-2)(-8) + (7)(-1)]i$$

$$= (2 - (-56)) + (16 + (-7))i$$

$$= 58 + 9i$$

$$3. (-9 - \sqrt{2}i)(-1 - \sqrt{8}i) = [(-9)(-1) - (-\sqrt{2})(-\sqrt{8})] + [(-9)(-\sqrt{8}) + (-\sqrt{2})(-1)]i$$

$$= (9 - 4) + (18\sqrt{2} + \sqrt{2})i$$

$$= 5 + 19\sqrt{2}i$$

$$\begin{aligned}
 4. (2i + 5)(1 - 3i) &= (5 + 2i)(1 - 3i) \\
 &= [(5)(1) - (2)(-3)] + [(5)(-3) + (2)(1)]i \\
 &= (5 - (-6)) + ((-15) + 2)i \\
 &= 11 - 13i
 \end{aligned}$$

ถูกต้องแล้วครับ!



เฉลยแบบทดสอบย่อยหลังเรียน

ข้อ	คำตอบ
1	ก
2	ก
3	ข
4	ข
5	ก
6	ค
7	ค
8	ข
9	ง
10	ง



แบบบันทึกผลคะแนน

ชื่อ-สกุล ชั้น เลขที่

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง การสร้างจำนวนเชิงซ้อน

ผ่านเกณฑ์ทุกคนนะครับ!



รายการ	คะแนนเต็ม	เกณฑ์ 80% (คะแนน)	คะแนนที่ได้	ผ่านเกณฑ์ 80% ขึ้นไป
แบบทดสอบก่อนเรียน	10			
แบบฝึกทักษะ 1.1	15	12		<input type="checkbox"/> ผ่าน <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน
แบบฝึกทักษะ 1.2	10	8		<input type="checkbox"/> ผ่าน <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน
แบบฝึกทักษะ 1.3	12	10		<input type="checkbox"/> ผ่าน <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน
แบบทดสอบหลังเรียน	10	8		<input type="checkbox"/> ผ่าน <input type="checkbox"/> ไม่ผ่าน